

Документ подписан простой электронной подписью  
 Информация о владельце:  
 ФИО: Гончарова Наталья Георгиевна  
 Должность: Директор Гуковского института Экономики и права (филиала) ФГБОУ  
 ВО "РГЭУ (РИНХ)"  
 Дата подписания: 24.02.2025 18:56:19  
 Уникальный программный ключ:  
 8c066a2d1145f3e242625f84cd27767e3992b921

Приложение

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**ЕН.01 Математика**

**1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

**1.1 Показатели и критерии оценивания компетенций:**

ЗУН, составляющие компетенцию	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства оценивания
<b>ОК-01: Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.</b>			
<b>Знать:</b> - основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; - основы дифференциального и интегрального исчисления; - основы теории комплексных чисел	<b>Получение систематических знаний</b> о специфике профессии	<b>Уровень знаний</b> способов решения профессиональных задач	<b>ВЭ (1-21)</b>
<b>Уметь:</b> - выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; - решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости; - применять методы дифференциального и интегрального исчисления; - решать дифференциальные уравнения; - пользоваться понятиями теории комплексных чисел	<b>Сформировать систематическое умение</b> демонстрировать интерес к будущей профессии	<b>Уровень умения</b> определять круг профессиональных задач	<b>ПЗ (1-21)</b>
<b>Владеть:</b> - основными математическими методами решения прикладных задач в области профессиональной деятельности	<b>Сформировать систематическое владение</b> анализом сложных ситуаций при решении задач	<b>Уровень владения</b> навыками решения профессиональных задач	<b>ПЗ (1-21)</b>

	профессиональной деятельности.		
<b>Владеть:</b> - приемами организации работы в коллективе и команде	<b>Сформировать систематическое владение</b> деловым общением для эффективного решения деловых задач. Планирование профессиональной деятельность.	<b>Уровень владения</b> приемами организации работы в коллективе и команде	<b>ПЗ (1-21)</b>
<b>ОК-05: Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста.</b>			
<b>Знать:</b> - основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; - основы дифференциального и интегрального исчисления; - основы теории комплексных чисел	<b>Получение систематических знаний</b> об особенностях социального и культурного контекста; правила оформления документов и построения устных сообщений.	<b>Уровень знания</b> особенности социального и культурного контекста; правила оформления документов и построения устных сообщений.	<b>ВЭ (1-21)</b>
<b>Уметь:</b> - выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; - решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости; - применять методы дифференциального и интегрального исчисления; - решать дифференциальные уравнения;	<b>Сформировать систематическое умение</b> грамотно излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике на государственном языке, проявлять толерантность в рабочем коллективе	<b>Уровень умения</b> грамотно излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике на государственном языке, проявлять толерантность в рабочем коллективе	<b>ПЗ (1-21)</b>

- пользоваться понятиями теории комплексных чисел			
<b>Владеть:</b> - основными математическими методами решения прикладных задач в области профессиональной деятельности	<b>Сформировать систематическое владение</b> навыками применения грамотно свои мысли и излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике на государственном языке, проявлять толерантность в рабочем коллективе	<b>Уровень владения</b> навыками применения грамотно излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике на государственном языке, проявлять толерантность в рабочем коллективе	<b>ПЗ (1-21)</b>

*ВЭ – вопросы к экзамену, ПЗ – практические задания, Т – тесты, Д - доклады*

## 1.2 Шкалы оценивания:

Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация осуществляется в рамках бальной системы в 5-балльной шкале:

Оценка 5 («отлично») выставляется студенту, если выполнены все требования к ответу, содержание вопросов раскрыто полностью, даны правильные ответы на дополнительные вопросы; выполняет правильные, уверенные действия по применению полученных знаний при решении практических заданий;

Оценка 4 («хорошо») выставляется студенту, если выполнены основные требования к ответу, но при этом допущены неточности в изложении материала. Присутствует логическая последовательность в суждениях, на дополнительные вопросы даны неполные ответы; выполняет правильные действия по применению знаний при решении практического задания, могут быть допущены опечатки, при этом последовательность выполнения действий верна;

Оценка 3 («удовлетворительно») выставляется студенту, если существенные отступления от требований к ответу. В частности, вопросы билета освещены лишь частично, допущены фактические ошибки при изложении ответа или при ответе на дополнительные вопросы; показывает в целом правильные действия по применению знаний при решении практического задания;

Оценка 2 («неудовлетворительно») выставляется студенту, если вопросы билета не раскрыты, обнаруживается существенное непонимание предмета курса; не показывает способности применять знания при решении практического задания.

**2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Вопросы к экзамену**

1. Определение комплексного числа. Формы записи комплексных чисел.
2. Геометрическое изображение комплексных чисел. Действия над комплексными числами.
3. Числовые последовательности. Предел функции. Свойства пределов.
4. Замечательные пределы, раскрытие неопределенностей
5. Односторонние пределы, классификация точек разрыва
6. Определение производной, ее геометрический и физический смысл.
7. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование элементарных функций
8. Полное исследование функции. Построение графиков функций
9. Неопределенный интеграл и его свойства
10. Определенный интеграл и его свойства
11. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных
12. Двойные интегралы и их свойства. Повторные интегралы.
13. Определение числового ряда. Свойства рядов.
14. Общее и частное решение дифференциальных уравнений.  
Дифференциальные уравнения 2-го порядка
15. Понятие матрицы. Действия над матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы
16. Основные понятия системы линейных уравнений. Правило решения произвольной системы линейных уравнений
17. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.
18. Определение вектора. Операции над векторами, их свойства.
19. Вычисление скалярного, смешанного, векторного произведения векторов
20. Уравнение прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой
21. Линии второго порядка на плоскости. Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы на плоскости

Критерии оценивания:

Задание для экзамена включает в себя 1 теоретический вопрос и 2 практических задания из перечня практических заданий для текущей аттестации.

Оценка 5 («отлично») выставляется студенту, если выполнены все требования к ответу, содержание вопросов раскрыто полностью, даны правильные

ответы на дополнительные вопросы; выполняет правильные, уверенные действия по применению полученных знаний при решении практических заданий;

Оценка 4 («хорошо») выставляется студенту, если выполнены основные требования к ответу, но при этом допущены неточности в изложении материала. Присутствует логическая последовательность в суждениях, на дополнительные вопросы даны неполные ответы; выполняет правильные действия по применению знаний при решении практического задания, могут быть допущены опечатки, при этом последовательность выполнения действий верна;

Оценка 3 («удовлетворительно») выставляется студенту, если существенные отступления от требований к ответу. В частности, вопросы билета освещены лишь частично, допущены фактические ошибки при изложении ответа или при ответе на дополнительные вопросы; показывает в целом правильные действия по применению знаний при решении практического задания;

Оценка 2 («неудовлетворительно») выставляется студенту, если вопросы билета не раскрыты, обнаруживается существенное непонимание предмета курса; не показывает способности применять знания при решении практического задания.

### **Примерные практические задания**

#### *Действия над комплексными числами.*

#### *Геометрическое изображение комплексных чисел*

##### *Вариант 1*

1. Выполнить действия:

а)  $(1+i)+(1-2i)$ ;

б)  $(6-5i)-(2-3i)$ ;

в)  $(3+2i)(5-4i)$ ;

г)  $(1+i)^2$ ;

д)  $i(1+i)$ .

2. Выполнить деление чисел:  $4+3i$  и  $3+2i$ .

3. Изобразить комплексные числа на координатной плоскости: а)  $3+i$  ; б)  $2-2i$  ; в)  $4i$  .

4. Найти модуль комплексного числа: а)  $3+4i$ ; б)  $15-8i$ ; в)  $2i$ .

##### *Вариант 2*

1. Выполнить действия:

а)  $(4+i)+(3-2i)$ ;

б)  $(2-3i)-(4+3i)$ ;

в)  $(1+2i)(1-4i)$ ;

г)  $(3+i)^2$ ;

д)  $i(1-i)$ .

2. Выполнить деление чисел:  $3+4i$  и  $2+3i$ .

3. Изобразить комплексные числа на координатной плоскости: а)  $3+2i$  ; б)  $2-3i$  ; в)  $2i$  .

4. Найти модуль комплексного числа: а)  $4+3i$ ; б)  $15+8i$ ; в)  $4i$ .

### *Вариант 3*

1. Выполнить действия:

а)  $(3+2i)+(1-3i)$ ;

б)  $(1-4i)-(3+i)$ ;

в)  $(2+i)(3-2i)$ ;

г)  $(2+i)^2$ ;

д)  $i(1+3i)$ .

2. Выполнить деление чисел:  $1+2i$  и  $3-2i$ .

3. Изобразить комплексные числа на координатной плоскости: а)  $2+i$  ; б)  $1-2i$  ; в)  $3i$  .

4. Найти модуль комплексного числа: а)  $6+8i$ ; б)  $4-3i$ ; в)  $12i$ .

### *Вариант 4*

1. Выполнить действия:

а)  $(1+5i)+(2-3i)$ ;

б)  $(1-4i)-(2+3i)$ ;

в)  $(3-2i)(4+2i)$ ;

г)  $(1-i)^2$ ;

д)  $i(3+i)$ .

2. Выполнить деление чисел:  $4-3i$  и  $1-2i$ .

3. Изобразить комплексные числа на координатной плоскости: а)  $2+3i$ ; б)  $4-2i$  ; в)  $5i$  .

4. Найти модуль комплексного числа: а)  $8+6i$ ; б)  $8-15i$ ; в)  $4i$ .

**Вычисление пределов функции, не пользуясь правилом Лопиталья**

**Вариант 1**

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 4x + 1}{5 + 2x - 2x^3}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 6x^2 + 2}{x^4 + 4x - 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}{x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x + 15}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+5}{3x-6}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 12x}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^{\frac{x}{3}}$ .

**Вариант 2**

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - x^2 + x}{x^5 - 2}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^2 + 3x - 1}{8 + 2x - 7x^2}$  б)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$ ;  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{3x+17} - \sqrt{2x+12}}{x^2 + 8x + 15}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+6}{2x-4}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 13x}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{12}{x}\right)^{\frac{x}{4}}$ .

**Вариант 3**

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 2x + 7}{2 - 5x + 3x^3}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^5 - 3x^2 + 2}{1 - 2x + 5x^5}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{3x+1}}{x^2 - x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 5x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 5x - 14}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4}{2x - 6}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 4x}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{15}{x}\right)^{\frac{x}{5}}$ .

**Вариант 4**

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{3 - 4x + 6x^3}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 4x^2 + 3}{2x^3 - 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{x^2 - 4x + 3}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 - 25}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 1}{2x - 10}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 19x}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{2x}$ .

**Производная, ее геометрический и физический смысл.**

**Дифференцирование элементарных функций**

### Вариант №1

1. Найдите производную функций:

1)  $f(x) = \operatorname{ctgx} + 2x^3 - 2^x$ ,

2)  $f(x) = x^2 \sin x$ ,

3)  $f(x) = \frac{\ln x}{\cos x}$ ,

4)  $f(x) = (3x^2 - 2 \operatorname{tgx})^5$ ,

5)  $f(x) = \frac{5}{x^3} - 3x + \frac{3}{x} - 10$ .

6)  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

7)  $f(x) = 3 \sin 2x - 2 \cos 3x$

### Вариант №2

1. Найдите производную функций:

1)  $f(x) = \frac{12}{x^2} - x + \frac{7}{x} + 8\sqrt{x}$ ,

2)  $f(x) = (x^2 - 2 \sin x)^3$ ,

3)  $f(x) = \frac{5^x}{\ln x}$ ,

4)  $f(x) = x^2 \operatorname{tgx}$ ,

5)  $f(x) = 5 \cos x + x^5 - e^x$ .

6)  $f(x) = x^3 + \cos x$ .

7)  $f(x) = 3^{4x} + x^2$

### Вариант №3

1. Найдите производную функций:

1)  $f(x) = \frac{\ln x}{x^4}$ ,

2)  $f(x) = (x - 5 \cos x)^3$ ,

3)  $f(x) = \frac{4}{x^8} - 2x^9 + \frac{7}{\sqrt{x}} - 2$ ,

4)  $f(x) = x^7 \operatorname{ctgx}$ ,

5)  $f(x) = \sin x - 2x^7 - 6^x$ .

6)  $f(x) = 2x - \sin x$ .

7)  $f(x) = 4e^{5x} - 7x^3$

### Вариант №4

1. Найдите производную функций:

1)  $f(x) = \cos x + 6x^4 - 4^x$ ,

2)  $f(x) = x^3 \operatorname{ctgx}$ ,

3)  $f(x) = \frac{e^x}{\sin x}$ ,

4)  $f(x) = (2x^3 - 5 \ln x)^3$ ,

5)  $f(x) = \frac{2}{x^4} - 3x + \frac{7}{x} + 1$ .

6)  $f(x) = 2^x + 1$

7)  $f(x) = \sin(x+x^3) - \frac{1}{2}x^4$ .

### Вариант 1

1. Вычислите производные второго порядка:

1.1.  $y = \frac{1}{3}x^6$ ,      1.2.  $y = 5^x$ ,

1.3.  $y = 7 \sin x$ ,      1.4.  $y = 2 + \operatorname{ctgx}$ .

2. Вычислите производные третьего порядка:

2.1.  $y = \ln x$ ,      2.2.  $y = \cos^2 x$ .

3. Найдите дифференциал функции:

3.1.  $y = \operatorname{arctg} x$ ,      3.2.  $y = \frac{x}{x+5}$ .

### Вариант 2

1. Вычислите производные второго порядка:



- 1.1.  $y = \frac{1}{5}x^5$ ,      1.2.  $y = 12^x$ ,  
 1.3.  $y = 4 - \cos x$ ,      1.4.  $y = 3 \operatorname{tg} x$ .
2. Вычислите производные третьего порядка:  
 2.1.  $y = e^x$ ,      2.2.  $y = \sin^2 x$ .
3. Найдите дифференциал функции:  
 3.1.  $y = \arccos x$ ,      3.2.  $y = \frac{x-5}{x}$ .

#### Вариант 3

1. Вычислите производные второго порядка:  
 1.1.  $y = \frac{1}{4}x^8$ ,      1.2.  $y = e^x$ ,  
 1.3.  $y = 5 \operatorname{tg} x$ ,      1.4.  $y = 3 - \sin x$ .
2. Вычислите производные третьего порядка:  
 2.1.  $y = x + \ln x$ ,      2.2.  $y = \cos 6x$ .
3. Найдите дифференциал функции:  
 3.1.  $y = \operatorname{arctg} x$ ,      3.2.  $y = \frac{x}{7-x}$ .

#### Вариант 4

1. Вычислите производные второго порядка:  
 1.1.  $y = \frac{1}{7}x^7$ ,      1.2.  $y = 9^x$ ,  
 1.3.  $y = x + \cos x$ ,      1.4.  $y = 21 - \operatorname{ctg} x$ .
2. Вычислите производные третьего порядка:  
 2.1.  $y = 5x + 5^x$ ,      2.2.  $y = \sin 2x$ .
3. Найдите дифференциал функции:  
 3.1.  $y = \arcsin x$ ,      3.2.  $y = \frac{1+x}{x}$ .

### *Полное исследование функции. Построение графиков*

#### Вариант 1

1. Вычислите производные функций:  
 1.1.  $y = \frac{1}{3}(3x + 5)^6$ ,      1.2.  $y = 5^{4x+3}$ ,      1.3.  $y = 7 \sin \frac{5}{x}$ ,      1.4.  $y = 2 + \operatorname{ctg} x$ .
2. Найдите асимптоты кривых:  
 2.1.  $y = \frac{3}{x^2-2x}$ ;      2.2.  $y = \frac{x^2}{x-2}$ .
3. Исследуйте функции и постройте их графики:  
 3.1.  $y = x^3 + x^2 - 8x$ ;      3.2.  $y = -\frac{1}{3}x^3 + 3,5x^2 - 10x - \frac{1}{3}$

#### Вариант 2

1. Вычислите производные функций:

$$1.1. y = \frac{1}{5} \left( \frac{1}{4}x + 12 \right)^5, \quad 1.2. y = 12^{3x-5}, \quad 1.3. y = 4 - \cos(4-x^2), \quad 1.4. y = 3 \operatorname{tg} x.$$

2. Найдите асимптоты кривых:

$$2.1. y = \frac{-2}{x^2+2x}; \quad 2.2. y = \frac{x^2}{x-1}.$$

3. Исследуйте функцию и постройте ее график:

$$3.1. y = 2x^2 - \frac{4x^3}{3}; \quad 3.2. y = -x^3 - 4x^2 + 3x + 8$$

### Вариант 3

1. Вычислите производные функций:

$$1.1. y = \frac{1}{4} \left( \frac{16}{7}x - 3 \right)^8, \quad 1.2. y = e^{\cos x}, \quad 1.3. y = 5 \operatorname{tg}(5x^3), \quad 1.4. y = 3 - \sin x.$$

2. Найдите асимптоты кривых:

$$2.1. y = \frac{-3}{x^2+2x}; \quad 2.2. y = \frac{x^2}{x+3}.$$

3. Исследуйте функцию и постройте ее график:

$$3.1. y = 2x^3 - 6x; \quad 3.2. y = -5x^3 + 6x^2 + 8$$

### Вариант 4

1. Вычислите производные функций:

$$1.1. y = \frac{1}{7} (3x - 4)^7, \quad 1.2. y = 9^{2-7x}, \quad 1.3. y = x + \cos(3x^2+8), \quad 1.4. y = 21 - \operatorname{ctg} x.$$

2. Найдите асимптоты кривых:

$$2.1. y = \frac{2}{x^2-2x}; \quad 2.2. y = \frac{x^2}{x+2}.$$

3. Исследуйте функцию и постройте ее график:

$$3.1. y = \frac{1}{6}x^3 - 2x; \quad 3.2. y = -\frac{1}{3}x^3 + 2,5x^2 - 4x + \frac{1}{3}$$

## *Интегральное исчисление функции одной действительной переменной Первообразная. Неопределенный интеграл*

### Вариант 1

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

$$1. \int \left( 5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$2. \int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$$

$$3. \int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx.$$

$$4. \int \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{1+16x^2}$$

**Вариант 2**

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

1. 
$$\int \left( 6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx$$

2. 
$$\int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx$$

3. 
$$\int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx$$

4. 
$$\int \left( \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$$

5. 
$$\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$$

**Вариант 3**

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

$$1. \int \left( 7 \cos x - 6x^2 + \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$2. \int \frac{4x^8 - x^5 + 2x^4}{x^5} dx.$$

$$3. \int (5^x \cdot 3^{2x} - 5) dx.$$

$$4. \int \left( \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{1+9x^2}$$

#### Вариант 4

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

$$1. \int \left( 3 \sin x + 2x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$2. \int \frac{2x^9 - 4x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$$

$$3. \int (4^x \cdot 3^{2x} + 5) dx.$$

$$4. \int \left( \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{9-4x^2}}.$$

**Интегральное исчисление  
функции одной действительной переменной  
Первообразная. Неопределенный интеграл**

#### Вариант – 1.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

$$1) \int (2 - 3x^4) dx; \quad 2) \int \left( \frac{1}{x} - \sqrt[4]{x} \right) dx.$$

б) методом подстановки:

$$1) \int (x^3 + 1) \cdot x^2 dx; \quad 2) \int 5^{x+7} dx.$$

#### Вариант – 2.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

1)  $\int (4 + \frac{1}{x} - x) dx$ ; 2)  $\int (7x - \sqrt[3]{x^5}) dx$ .

б) методом подстановки:

1)  $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$ ; 2)  $\int \frac{x}{\sqrt{7-x^2}} dx$ .

### Вариант – 3.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

1)  $\int (\frac{1}{x} - \frac{x^3}{4}) dx$ ; 2)  $\int (5 - \sin x) dx$ .

б) методом подстановки:

1)  $\int \frac{\ln^{22} x}{x} dx$ ; 2)  $\int 2^{x^2} x dx$ .

### Вариант – 4.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

1)  $\int (\sin x + \frac{\sqrt[3]{x}}{4} - x) dx$ ; 2)  $\int (17x - 4 - \frac{x^3}{2}) dx$ .

б) методом подстановки:

1)  $\int x e^{-3x^2} dx$ ; 2)  $\int \frac{1}{x \ln^4 x} dx$ .

### *Вычисление определенных интегралов. Применение определенных интегралов*

1. Вычислите интеграл по формуле Ньютона-Лейбница:

1.1.  $\int_2^5 x^2 dx$ ; 1.2.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ ; 1.3.  $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 1}$ .

2. Вычислите площади плоских фигур, ограниченных линиями:

2.1.  $y = -x^2 + 3x$ ;  
 $y = 0$ .

2.2.  $y = 5 - x$ ;  
 $y = 0$ ;  
 $x = 2y - 4$

### 2 вариант

1. Вычислите интеграл по формуле Ньютона-Лейбница

1.1.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ ; 1.2.  $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 1}$ ; 1.3.  $\int_0^5 (3x^2 + 2x) dx$

2. Вычислите площади плоских фигур, ограниченных линиями:

2.1.  $y = -x^2 + 2x$ ;

2.2.  $y = 12 - 3x$ ;

$$y = 0.$$

$$y = 0;$$
$$3x = 6y - 12$$

### Вариант 3

1. Вычислите интеграл по формуле Ньютона-Лейбница

$$1.1. \int_0^5 (3x^2 + 2x) dx; \quad 1.2. \int_2^5 x^2 dx; \quad 1.3. \int_1^2 \frac{dx}{x}$$

2. Вычислите площади плоских фигур, ограниченных линиями:

$$2.1. \begin{cases} 2x - 2y - 10 = 0; \\ 2x - 3y - 6 = 0; \\ y = 0. \end{cases} \quad 2.2. \begin{cases} x^2 + 4y - 10x + 9 = 0; \\ y = 0. \end{cases}$$

### Вариант 4

1. Вычислите интеграл по формуле Ньютона-Лейбница

$$1.1. \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 1}; \quad 1.2. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx; \quad 1.3. \int_1^2 \frac{dx}{x}$$

2. Вычислите площади плоских фигур, ограниченных линиями:

$$2.1. \begin{cases} 4y - x - 12 = 0; \\ 5x - 8y = 0; \\ x = 1; \\ x - 5 = 0. \end{cases} \quad 2.2. \begin{cases} 7x^2 - 9y + 9 = 0; \\ 5x^2 - 9y + 27 = 0. \end{cases}$$

## ***Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных***

### Вариант 1

1. Найти частные производные первого порядка функции  $z = 2x^2y^3 + 3x^4 + 5y - 7$

2. Вычислить частные производные первого порядка функции  $z = x^2y - 4x\sqrt{y} - 6y^2 + 5$  в точке  $M(2; 1)$ .

3. Найти частные производные первого порядка функции  $z = \frac{y \sin 2y}{\sqrt[3]{x^2}}$ .  
Записать полный дифференциал первого порядка  $dz$ .

### Вариант 2

1. Найти частные производные первого порядка функции  $z = 3x^3y^2 + x$
2. Вычислить частные производные первого порядка функции  $z = x^2y - 4x\sqrt{y} - 6y^2 + 5$  в точке  $M(1; 4)$ .
3. Найти частные производные первого порядка функции  $z = e^x(\cos y + x \sin y)$ . Записать полный дифференциал первого порядка  $dz$ .

### **Вычисление производных высших порядков и дифференциалов высших порядков**

#### **Вариант 1**

1. Найти частные производные второго порядка функции  $z = 2x^2y^3 + 3x^4 + 5y - 7$
2. Вычислить частные производные второго порядка функции  $z = x^2y - 4x\sqrt{y} - 6y^2 + 5$  в точке  $M(2; 1)$ .
3. Найти частные производные второго порядка функции  $z = \frac{y \sin 2y}{\sqrt[3]{x^2}}$ .  
Проверить, что  $z''_{xy} = z''_{yx}$ . Записать полный дифференциал второго порядка  $dz$ .

#### **Вариант 2**

1. Найти частные производные второго порядка функции  $z = 3x^3y^2 + x$
2. Вычислить частные производные второго порядка функции  $z = x^2y - 4x\sqrt{y} - 6y^2 + 5$  в точке  $M(1; 4)$ .
3. Найти частные производные второго порядка функции  $z = e^x(\cos y + x \sin y)$ . Проверить, что  $z''_{xy} = z''_{yx}$ . Записать полный дифференциал второго порядка  $dz$ .

### **Вычисление двойных интегралов**

1. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D x dx dy$ ,  $D: y = \sqrt{x}; y = x$
2. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D \frac{y^2}{x^2} dx dy$ ,  $D: y = x; xy = 1; y = 2$
3. Вычислить двойной интеграл по области  $D: x = 1; y = \sqrt{x}; y = -x^2$   
 $\iint_D (12xy + 9x^2y^2) dx dy$

#### **Вариант 2**

1. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D 2y dx dy, \quad D: y = -x^3, y = 1, x = 0$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D x^2 y dx dy, \quad D: y = 2 - x, y = x, x = 0$$

3. Вычислить двойной интеграл по

области  $D: x = 0, y = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, y = x$

$$\iint_D 4y^2 \sin xy dx dy$$

### *Исследование сходимости рядов*

Исследовать ряды на сходимость:

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n - 1}{4^n}$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{\sqrt{3n+5}}$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{(n+5) \cdot 7^n}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$

5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}$

6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{7n+1}{6n+5} \right)^{3n+2}$

7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{3n+2} \right)^n$

8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5n+4}{2n-1} \right)^{n^2}$

9.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$

10.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(5n-1)^2}}$

### *Решение дифференциальных уравнений второго порядка*

#### **Вариант 1**

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений:

1.  $y = c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x}, \quad y'' + 4y' + 4y = 0.$

2.  $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^x, \quad y'' - y' - 6y = 0.$

Решить следующие дифференциальные уравнения второго порядка

3.  $y'' + 8y' + 16y = 0.$

4.  $y'' - y' - 12y = 0.$



## Вариант 2

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений

1.  $y = c_1 e^{-5x} + c_2 e^x, \quad y'' + 4y' - 5y = 0.$

2.  $y = c_1 e^x + c_2 x e^x, \quad y'' + 2y' + y = 0.$

Решить следующие дифференциальные уравнения второго порядка

3.  $y'' - 7y' + 10y = 0.$

4.  $y'' + 4y' + 4y = 0.$

## Выполнение действий над матрицами

### Вариант 1

1. Вычислите линейные комбинации матриц:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ 2 & -4 & 1 \\ -3 & 6 & -5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -2 & 7 & 5 \\ 6 & 1 & -7 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 6 \\ -3 & 1 & 5 \\ 2 & -4 & 12 \end{pmatrix}$$

a)  $2B - 3A = D$    б)  $K = 2A + B - 2C.$

2. Выполните умножение матриц:

2.1  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad A \cdot B = D$

2.2  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -1 & -2 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad 3A \cdot 2B = D$

### Вариант 2

1. Вычислите линейные комбинации матриц:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ 2 & -4 & 3 \\ -3 & 6 & -5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \\ 6 & 8 & 7 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -3 \\ 2 & -5 & 7 \\ 6 & 8 & -9 \end{pmatrix}$$

a)  $2B - 3A = D;$    б)  $2B + C - 3A = K$

2. Выполните умножение матриц:

2.1  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \quad D = A \cdot B$

2.2  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad D = 2A \cdot 3B$

### Вариант 3

1. Вычислите линейные комбинации матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 6 \\ 4 & 7 & -2 \\ -3 & 8 & -5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ 1 & 6 & -3 \\ 8 & -2 & 5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 5 & -8 & 9 \\ 6 & -2 & 7 \end{pmatrix}$$

a)  $D = 3A - B + 2C$ ; б)  $K = -5A + 6B$

2. Выполните умножение матриц:

2.1.  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \quad D = A \cdot B$

2.2  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ -5 & 6 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -4 \\ 4 & 0 & 1 \\ -4 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad D = 3A \cdot 2B$

#### Вариант 4

1. Вычислите линейные комбинации матриц:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 6 & 2 \\ 7 & -1 & -3 \\ 4 & 8 & -9 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 7 & 4 & 3 \\ -9 & -8 & 6 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -4 \\ 5 & -6 & 2 \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

a)  $4B - 7A = R$ ; б)  $D = 3A - 4C + 8B$

2. Выполните умножение матриц:

2.1  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \quad D = A \cdot B$

2.2  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 7 \\ 0 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & -7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 7 & 0 & 1 \\ -4 & 2 & 8 \end{pmatrix} \quad 2A \cdot 4A = D$

### Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков.

Вычислите определитель:

1. 
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

2. 
$$\begin{vmatrix} 7 & -3 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

3. 
$$\begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & 6 \end{vmatrix}$$

**Решение системы линейных уравнений методом Гаусса**

Решите системы линейных уравнений:

**Вариант 1.**

$$1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 9 \\ -2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16 \\ x_1 + 6x_3 = 13 \end{cases}$$

**Вариант 2.**

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ -x_1 + 4x_3 = 6 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ -3x_1 + 4x_2 + 4x_3 = -2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 10 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ -x_1 + 4x_3 = 4 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ -2x_1 - x_2 + 8x_3 = 20 \end{cases}$$

**Выполнение операций над векторами**

### Вариант 1

1. Дан  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед. Найти  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA_1} + \vec{CD}$ .
2. Найти координаты вектора  $0,3\vec{a} - 0,6\vec{b} + 0,2\vec{c} - 5\vec{d}$ , если  $\vec{a}(-1; 2; 4)$ ,  $\vec{b}(0; 5; 3)$ ,  $\vec{c}(3; 3; 3)$ ,  $\vec{d}(1; 1; 4)$ .
3. Даны точки  $A(1; 3; 0)$ ,  $B(2; 3; -1)$  и  $C(1; 2; -1)$ . Вычислите угол между векторами  $\vec{CA}$  и  $\vec{CB}$ .
4. Известно, что  $\widehat{\vec{a} \vec{c}} = \widehat{\vec{b} \vec{c}} = 30^\circ$ ,  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = |\vec{c}| = 3$ . Вычислите  $(\vec{a} + \vec{b}) \vec{c}$ .

### Вариант 2

1. Дана  $ABCA_1 B_1 C_1$  – призма. Найти  $\vec{AB} - \vec{AC_1} - \vec{BB_1}$ .
2. Найти координаты вектора  $0,5\vec{a} + 0,1\vec{b} + 0,3\vec{c} - 6\vec{d}$ , если  $\vec{a}(5; -1; -1)$ ,  $\vec{b}(-1; 1; 1)$ ,  $\vec{c}(0; 2; -2)$ ,  $\vec{d}(-3; 2; 0)$ .
3. Даны точки  $A(5; 0; 0)$ ,  $B(1; 1; 1)$  и  $C(3; -1; 2)$ . Вычислите угол между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ .
4. Известно, что  $\widehat{\vec{a} \vec{c}} = \widehat{\vec{b} \vec{c}} = 45^\circ$ ,  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = |\vec{c}| = 6$ . Вычислите  $(\vec{a} + \vec{b}) \vec{c}$ .

### Кривые второго порядка

1. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки  $A(4; 4)$  и от оси абсцисс. Сделать чертеж.
2. Составить уравнение линии, каждая точка которой удалена от точки  $A(2; 0)$  вдвое дальше, чем от оси ординат. Сделать чертеж.
3. Составить уравнение линии, каждая точка которой находится вдвое дальше от точки  $A(-2; 0)$ , чем от точки  $B(1; 0)$ . Сделать чертеж.
4. Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от начала координат и от прямой  $3x + 16 = 0$  относятся как  $3 : 5$ . Сделать чертеж.
5. Составить уравнение линии, расстояния каждой точки которой от точек  $A(6; 0)$  и  $B(2; 0)$  относятся как  $2 : 1$ . Сделать чертеж.
6. Составить уравнение линии, каждая точка которой отстоит от точки  $A(3; 0)$  вдвое дальше, чем от прямой  $x = 1$ . Сделать чертеж.

7. Составить уравнение линии, расстояния каждой точки которой от точки  $A (-2;0)$  и от точки  $B (2;0)$  относятся как  $3 : 4$ . Сделать чертеж.

8. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки  $A (1;3)$  и от прямой  $y + 1 = 0$ . Сделать чертеж.

9. Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки  $A (1;0)$  втрое больше расстояния от прямой  $y = -2$ . Сделать чертеж.

10. Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки  $A (4;2)$  равно расстоянию от оси ординат. Сделать чертеж.

### **Критерии оценивания:**

За семестр студент может выполнить все задания.

- оценка 5 («отлично») выставляется, если задания выполнены самостоятельно, в полном объеме, найдена, обобщена и систематизирована необходимая информация

- оценка 4 («хорошо») выставляется студенту, если задания выполнены самостоятельно, в полном объеме, однако допущены незначительные ошибки, исправленные при указании на них

- оценка 3 («удовлетворительно») выставляется студенту, если задания выполнены самостоятельно, в полном объеме, однако допущены ошибки, исправленные с затруднением при указании на них

- оценка 2 («неудовлетворительно») выставляется студенту, если задания не выполнены в полном объеме.

### **3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Процедуры оценивания включают в себя текущий контроль и промежуточную аттестацию.

**Текущий контроль** успеваемости проводится с использованием оценочных средств, представленных в п. 2 данного приложения. Результаты

текущего контроля доводятся до сведения студентов до промежуточной аттестации.

**Промежуточная аттестация** проводится в форме экзамена.

Экзамен проводится по окончании теоретического обучения во время экзаменационной сессии. Объявление результатов производится в день экзамена. Результаты сдачи экзамена заносятся в зачетную ведомость и зачетную книжку студента. Студенты, не прошедшие промежуточную аттестацию по графику сессии, должны ликвидировать задолженность в установленном порядке.